

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 3

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$\begin{cases} x = 3y + 1,5 & (1) \\ \frac{3}{x} = 9y & (2) \end{cases} \quad \text{Подставляем (1) в (2)}$$

$$\frac{3}{3y + 1,5} = 9y \quad \text{Приводим к общему знаменателю.}$$

$$\frac{3}{3y + 1,5} = \frac{27y^2 + 13,5y}{3y + 1,5} \quad \text{Переносим вправо и } \cdot (-1)$$

$$\frac{27y^2 + 13,5y - 3}{3y + 1,5} = 0$$

$$27y^2 + 13,5y - 3 = 0 \quad 3y + 1,5 \neq 0$$

$$54y^2 + 27y - 6 = 0 \quad y \neq -0,5$$

$$D = b^2 - 4ac = 2025 = 45^2$$

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{1}{6}$$

$$y_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -\frac{2}{3}$$

Получим, что $x = 3y + 1,5$

$$x_1(y_1) = 3\left(\frac{1}{6}\right) + 1,5 = 2 \quad \text{подходит}$$

$$x_2(y_2) = 3\left(-\frac{2}{3}\right) + 1,5 = -0,5 \quad x > 0, \text{ поэтому не подходит}$$

$$\text{Ответ: } \left(2; \frac{1}{6}\right)$$

№7.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AN = 6$, $AB = 7,5$.

окружности $(O; A)$.

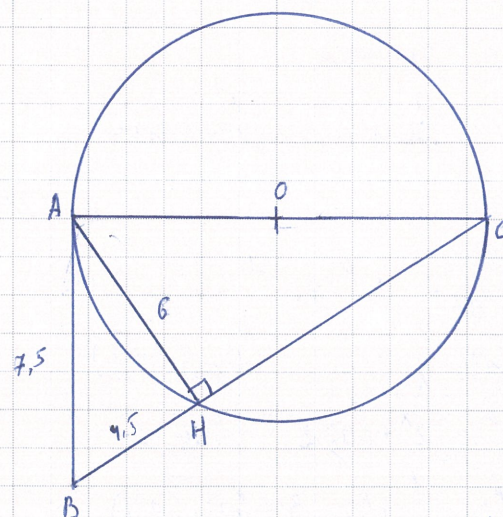
Найти: R ?

Решение: AN — высота $\triangle ABC$, значит $\angle ANB = 90^\circ$.

По теореме Пифагора:

$$BN = \sqrt{AB^2 - AN^2} = \sqrt{56,25 - 36} = \sqrt{20,25} = 4,5$$

П.ч. AN — высота, проведенная из прямого угла (прямоугольный треугольник), то $\triangle ABC$ и $\triangle BAN$ подобны. Коэффициент подобия равен $\frac{AB}{BN} = \frac{7,5}{4,5} = 1\frac{2}{3}$. Значит $AC = AN \cdot 1\frac{2}{3} =$



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Олимпиада школьников «Учить строить будущее» по дисциплине Математика

ЧИСТОВИК

Вариант № 4

(без № варианта работа не проверяется и аннулируется)

При обнаружении в чистовике записей, не относящихся к решаемому варианту, работа не проверяется и аннулируется

БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

(в столбце «Ответ» необходимо написать итоговый ответ на задачу)

Задача №	Ответ	Служебное поле
1	16	
2	$100(1 + \frac{1}{\cos \alpha})$	
3		
4	12,5	
5	кубический в белом	
6		
7	5	
8	$(-\infty; -0,25] \cup [0,5; 3)$	
9	1	
10		
Итого:		

Изменение неправильного ответа

(для отмены неправильного ответа укажите номер задачи и впишите правильный ответ)

Задача №	Ответ	Служебное поле
4	$(2; \frac{1}{6})$	

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

Задача 1.

За одну партию можно получить только 1 очко⁽¹⁾ или по 0,5 с соперника, если сыграны вничью. Допустим, участников было 16. Тогда победители сыграли 15 партий (на один меньше, т.к. с собой он не играет). Раз он сыграл все вничью, то получил $15 \cdot 0,5 = 7,5$ очков. Тогда все остальные получили в 15 раз больше (по условию), то есть $7,5 \cdot 15 = 112,5$ ок. За все партии было получено $112,5 + 7,5 = 120$ очков. Всего партий было $15 + 14 + 13 + \dots + 2 + 1 = 120$, а т.к. за одну партию разыгрывается 1 очко, то все сходится.

Ответ: 16

Задача 2.

Дано: ABCDH - правильная пирамида. $AB = 10$; $\angle ORH = \alpha$.

Найти: $S_{\text{пов.пир.}}$

Решение: $S_{\text{пов.пир.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$

П.к. ABCDH - правильная пирамида, то основание будет представлять из себя квадрат, значит $S_{\text{осн.}} = AB^2 = 100$.

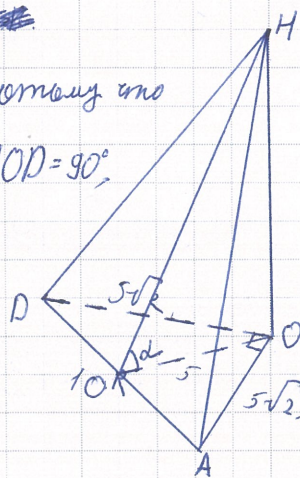
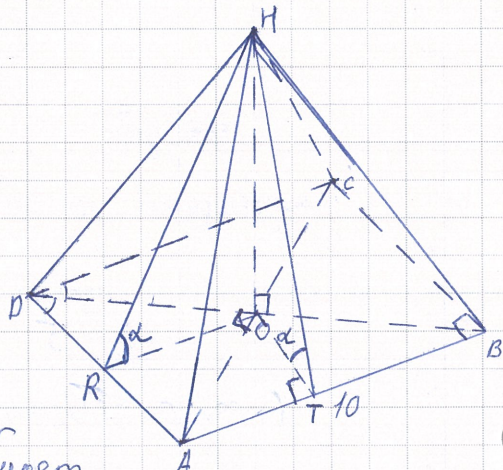
Рассмотрим прямоугольную пирамиду AODH (прямоугольная она потому что ABCDH - правильная) и ~~высота~~. В ней $AD = 10$, $\angle HRD = \alpha$, $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle ROH = 90^\circ$. ~~Т.к.~~ $\triangle AOD$ - равнобедренный, а $\angle D \cong \angle A = 45^\circ$.

По теореме Пифагора $AD = \sqrt{OD^2 + AO^2}$, значит $OD = AO = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$. Найдём по теореме Пифагора OR ($\angle ARO = 90^\circ$)

$$OR = \sqrt{AO^2 - AR^2} \quad AR = \frac{1}{2} AD = 5 \quad OR = \sqrt{50 - 25} = 5$$

$OR = \cos \alpha \cdot HR$, значит $HR = \frac{OR}{\cos \alpha}$. Рассмотрим $\triangle HRD$ и найдём его площадь

$$S_{\triangle HRD} = DR \cdot HR \cdot \frac{1}{2}, \text{ т.к. } \triangle HRD - \text{прямоугольный. } S_{\triangle HRD} = 5 \cdot \frac{0,5}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2,5}{2 \cos \alpha}$$



Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$$S_{\triangle HRD} = 2 S_{\triangle HRD} = \frac{2,5}{\cos \alpha} \quad S_{\text{бок.}} = 4 S_{\triangle HRD} = \frac{100}{\cos \alpha}$$

$$S_{\text{пов.пир.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}} = 100 + \frac{100}{\cos \alpha} = 100 \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

Ответ: $100 \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$

Аня достала не белый стаканчик (отмечаем). Свете достался не голубой (отмечаем). В голубой стаканчике ванильный, значит у Светы не ванильный. Света не любит клубничкой (отмечаем), значит она взяла банановый.

№5			
	Аня	Света	Настя
БЕЛЫЙ	X	X	✓
ГОЛУБОЙ	✓	X	X
ЗЕЛЁНЫЙ	X	✓	X
БАНАН	X	✓	X
КЛУБНИКА	X	X	✓
ВАНИЛЬ	✓	X	X

(отмечаем, что у Ани и Насти другой коктейль. В белом стаканчике не банановый, значит у Светы не белый, значит у неё зелёный. Отмечаем и получаем, что у Ани голубой стаканчик, значит Насте остался белый. В голубом стакане ванильный, значит Аня взяла ванильный. Насте осталась клубника.

Ответ: белый, клубничкой.

№4

$$\begin{cases} \log_2 2^x + \log_2 8^y = \log_2 2\sqrt{2} \\ \log_3 \frac{1}{x} + 0,5 = \log_3 (3\sqrt{y}) \end{cases}$$

Представим 8^y как 2^{3y} , а $2\sqrt{2}$ как $2^{1,5}$, так же $0,5 = \log_3 3$

$$\begin{cases} \log_2 2^x + \log_2 2^{3y} = \log_2 2^{1,5} \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 3 = \log_3 (9y) \end{cases}$$

П.к. основания равны, то можно убавлять от $\log$

$$\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 3 = \log_3 \frac{3}{x}$$

Выразим x . В $\log_3 \frac{3}{x}$ $g > 0$, значит $\frac{3}{x} > 0 \Rightarrow x > 0$. Убавим от $\log$

$$\begin{cases} x - 3y = 1,5 \\ \log_3 \frac{3}{x} = \log_3 (9y) \end{cases}$$

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 5

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ (a+1)(x-2) = -6 \end{cases} \quad \text{— будет корень при } a \in (-1; 1]$$

$$\begin{cases} x \in [-1; 2] \\ (x-2)(a-1) = 0 \end{cases} \quad \text{— будет корень при } a = 1$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ (x-2)(a+1) = 0 \end{cases} \quad \text{— будет корень при } a = -1$$

Значит, 2 корня будет при $a = 1$

Ответ: 1.

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 6

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

~~$$\begin{cases} x \leq -1 \\ (a+1)(x-2) = -6 \end{cases}$$~~

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 7

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 4

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$= 6 \cdot 1 \frac{2}{3} = 10$$

AC-диаметр окружности

$$R = \frac{D}{2} = 5$$

Ответ: 5

$$\log_{4-x}(8x^2) \geq \log_{4-x}(2x+1)$$

$$\begin{cases} 8x^2 \geq 2x+1 \\ 4-x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x^2 \leq 2x+1 \\ 4-x > 0 \\ 4-x < 1 \end{cases}$$

№8.

Если основание $(4-x) > 1$, то ~~большее~~ ^{большее} будет, ~~если же основание $(4-x) \in (0,1)$, то~~ ^{большее} ~~лог будет меньше~~.

$$\begin{cases} 8x^2 - 2x - 1 \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \begin{cases} x \in (-\infty; -0,25] \cup [0,5; +\infty) \\ x \in (-\infty; 3) \end{cases}$$

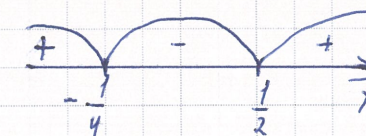
$$\begin{cases} 8x^2 - 2x - 1 \leq 0 \\ x < 4 \\ x > 3 \end{cases} \begin{cases} x \in [-0,25; 0,5] \\ x \in (3; 4) \end{cases}$$

$$8x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 = 6^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2+6}{16} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2-6}{16} = -\frac{1}{4}$$



Значит, $x \in (-\infty; -0,25] \cup [0,5; 3)$

$$|x+1| + a|x-2| = 3$$

№9.

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ -x-1-ax+2a-3=0 \\ x \in [-1; 2], \\ x+1-ax+2a-3=0 \\ x \geq 2 \\ x+1+ax-2a-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ (a+1)x-2a+4=0 \\ x \in [-1; 2] \\ (x+2)(a-1)=0 \\ x \geq 2 \\ (x-2)(a+1)=0 \end{cases}$$